

**Xalq ta'limi vazirligi Fan olimpiadalari bo'yicha iqtidorli
o'quvchilar bilan ishlash departamentining matematika fanidan
haftalik topshiriqlari**

10-11 sinf o'quvchilari uchun

1 – masala. Qiziquvchan o'quvchi quyidagi yangi teoremani o'ylab topdi: «Har bir natural a va b sonlari uchun shunday natural n soni mavjudki, bunda an soni qandaydir natural sonning kubi, bn soni esa qandaydir natural sonning beshinchi darajasi bo'ladi.». Bu teorema to'g'rimi?

2 – masala. $\triangle ABC$ muntazam uchburchakning tashqi chizilgan aylanasida P nuqta olingan. $AP^n + BP^n + CP^n$ yig'indining qiymati P nuqtaga bog'lik bo'lmaydigan barcha natural n sonlarni toping.

3 – masala. Musbat a, b, c, d sonlar uchun quyidagi tengsizlikni isbotlang:

$$3(a^2 - ab + b^2)(c^2 - cd + d^2) \geq (a^2c^2 - abcd + b^2d^2)$$

Tenglik bajariladigan barcha hollarini toping.

4 – masala. Quyidagi sistemasining barcha musbat yechimlarini toping:

$$\begin{cases} (2x)^{2020} + (2y)^{2020} + (2z)^{2020} = 3 \\ xy + yz + zx + 2xyz = 1 \end{cases}$$

5 – masala. O'tkir burchakli $\triangle ABC$ uchburchakning A, B va C uchlaridan chiqarilgan balandliklari qarama-qarshi tomonlarini mos ravishda A_1, B_1, C_1 nuqtalarda, uning tashqi chizilgan aylanasini esa mos ravishda A_2, B_2, C_2 nuqtalarda kesadi. $\triangle AC_1C_2$ va $\triangle CA_1A_2$ uchburchaklarga tashqi chizilgan aylanalarni A_1C_1 to'g'ri chiziq mos ravishda P va Q nuqtalarda (A_1 va C_1 nuqtalardan tashqari) kesadi. $\triangle PQB_1$ uchburchakning tashqi chizilgan aylanasini AC to'g'ri chiziqqa urinishini isbotlang.

7-9 sinf o'quvchilari uchun

1 – masala. Aytaylik $25 \leq x \leq y \leq z \leq t \leq 64$ bo'lsin. U holda $\frac{x}{y} + \frac{z}{t}$ ifodaning eng kichik qiymatini toping.

2 – masala. Raqamlari yig'indisi 1996 bo'lib, o'zi 1996 ga bo'linadigan natural son mavjudligini isbotlang.

3 – masala. Aytaylik $f(x)$, $g(x)$ kvadrat uchhadlar va turli haqiqiy a, b, c, d sonlar uchun $f(a)=2$, $f(b)=3$, $f(c)=7$, $f(d)=10$, $g(a)=16$, $g(b)=15$, $g(c)=11$ bo'lsin. U holda $g(d)$ ning barcha qiymatlarini toping.

4 – masala. a, b va c natural sonlar berilgan. Ma'lumki b^c soni a^b ga, c^b soni esa a^c ga bo'linadi. U holda bc soni a^2 ga bo'linishini isbotlang.

5 – masala. Aytaylik $ABCD$ qavariq to'rtburchakda $\angle BCD = 90^\circ$ va E nuqta AB tomonning o'rtasi bo'lsin. U holda $2EC \leq AD + BD$ isbotlang.

Fan olimpiadalari bo'yicha iqtidorli o'quvchilar bilan ishlash departamenti sizga omadlar tilaydi!